

## Stichwörter

Brewsterwinkel, Totalreflexion, Eikonalgleichung, Brechungsindex, Evaneszente Welle.

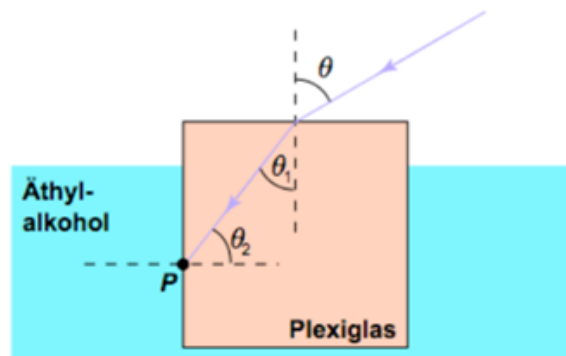
### Aufgabe 1 – Der Brewsterwinkel und Polarisation

Ein Lichtstrahl trifft auf eine dicke Glasplatte mit einem Brechungsindex von 1,5. Die Polarisations-ebene des Lichtstrahls ist parallel zur Einfallsebene.

- Berechnen Sie den Brewsterwinkel für den Übergang Luft-Glas und Glas-Luft.
- Zeigen Sie, dass der Brewsterwinkel immer kleiner als der Winkel der Totalreflexion ist.
- Zeigen Sie für den allgemeinen Fall, dass Licht, welches auf eine planparallele Platte und an der ersten Grenzfläche die Brewsterbedingung erfüllt, auch an der zweiten Grenzfläche unter dem Brewsterwinkel einfällt.
- Wenn der Brechungsindex des Materials auf 1,6 erhöht wird, wie ändert sich der Brewsterwinkel im Vergleich zur ersten Situation? Begründen Sie Ihre Antwort durch eine qualitative Diskussion basierend auf dem mikroskopischen Ursprung des reflektierten Lichtstrahls.

### Aufgabe 2 – Lichtstrahl in einem Plexiglasquader

Ein Lichtstrahl trifft auf einen Plexiglasquader, der fast vollständig in Ethylalkohol eingetaucht ist. Die Brechungsindizes des Plexiglasquaders und des Ethylalkohols betragen  $n_P = 1.491$ ,  $n_E = 1.3641$ . Der Brechungsindex der Luft ist  $n_L = 1$ .



- Berechnen Sie den Winkel  $\theta$ , für den an der Grenzfläche zwischen Plexiglas und Ethylalkohol (Punkt P) Totalreflexion eintritt.
- Falls der umgebende Ethylalkohol entfernt wird, ergibt sich dann für den in a) berechneten äußeren Einfallswinkel  $\theta$  ebenfalls Totalreflexion am Punkt P?
- Beschreiben Sie den Strahlengang ab dem Punkt P für den Fall der Totalreflexion und für den Fall, dass der Winkel kleiner als der Winkel der Totalreflexion ist.

### Aufgabe 3 – Evaneszente Welle

Eine ebene Welle  $\vec{E}_i = E_{0,i} \exp i(\omega t - k_{1,x}x - k_{1,z}z)\vec{e}_y$  fällt bei  $z = 0$  auf eine Grenzfläche, die Glas mit einem Brechungsindex  $n_g = 1,5$  ( $z < 0$ ) von der Luft mit dem Index  $n_L = 1$  ( $z > 0$ ) trennt. Der Einfallswinkel ist  $\theta_1 = 60^\circ$ .

- (a) Berechnen Sie  $k_{1,x}$  und  $k_{1,z}$  als Funktion von  $n$ , der Vakuumwellenlänge  $\lambda_0$  und  $\theta_1$ .  
 (b) Verwenden Sie für die transmittierte und reflektierte Welle einen Ansatz entsprechend

$$\vec{E}_t = E_{0,t} \exp i(\omega t - k_{2,x}x - k_{2,z}z)\vec{e}_y$$

$$\vec{E}_r = E_{0,r} \exp i(\omega t - k_{3,x}x - k_{3,z}z)\vec{e}_y$$

und berechnen Sie die Wellenvektorkomponenten für die transmittierte und reflektierte Welle.

- (c) Diskutieren Sie die physikalische Relevanz der von ihnen erhaltenen Ergebnisse für die x-Komponenten der Wellenvektoren.  
 (d) In welchem Abstand von der Grenzfläche fällt das transmittierte Feld in Luft auf den  $1/e$ -tel Teil des Feldes an der Grenzfläche?

### Aufgabe 4 – Eikonalgleichung und Wüstenluft

In Wüsten können Luftspiegelungen beobachtet werden, die als Fata Morganen bekannt sind. Nehmen Sie für deren physikalische Beschreibung an, dass der Brechungsindex  $n$  oberhalb des Bodens wie folgt von der Höhe abhängt:

$$n(y) = n_0 \sqrt{1 + \frac{y^2}{h^2}}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass das folgende Eikonal  $R$  die Eikonalgleichung löst:

$$R(x,y) = n_0 \left( x + \frac{y^2}{2h} \right).$$

- (b) Tragen Sie den Brechungsindex  $n/n_0$  als Funktion von  $y/h$  auf im Intervall  $y = [0, 2h]$ . Plotten Sie außerdem in der x-y Ebene die Phasenfronten für  $R = -15, -10, -5, 0, 5, 10, 15$  und  $n_0 = h = 1$  im Intervall  $x = [0, 20]$ .  
 (c) Bestimmen Sie aus der Eikonalgleichung den (normierten) Poyntingvektor  $\hat{s} = (\hat{s}_x, \hat{s}_y)$ .  
 (d) Geben Sie  $s$  an für  $y = h$ ,  $y = 2h$  und  $y = 3h$  und zeichnen Sie die Vektoren in die Grafik mit den Phasenfronten aus (b) für  $R = 10$  ein.  
 (e) Berechnen Sie die Ausbreitung der Lichtstrahlen  $y(x)$  und tragen Sie schematisch eine der möglichen Trajektorien in die Grafik mit den Phasenfronten aus (b) ein.  
 (f) Argumentieren Sie physikalisch warum der Brechungsindex  $n(y)$  in der Nähe des Bodens abnimmt.

**Hinweis:** Der Vektor  $\hat{s}$  gibt die Ausbreitungsrichtung an. Demnach ist die Steigung von  $\hat{s}$  gleich  $dy/dx$ .